

9 КЛАСС

Алгебра

Тема: Квадратный трёхчлен и его корни.



Учитель математики

Л.В.Верещагина

Красноярский край

Идринский район

МКОУ Отрокская СОШ.

Изучение нового материала



Многочлен n -й степени

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

x – переменная;

Пример 1.

$$P_5(x) = 2x^5 - 3x^4 + 7x - 5$$

$a_5 = 2$ – старший коэффициент

$a_0 = -5$ – свободный член

Пример 2.

$$P_3(x) = 7x^3 - 4x^2 + 2x$$

$$a_3 = 7; \quad a_0 = 0.$$



Изучение нового материала

Многочлен n -й степени

Пример 3.

Найти корни многочлена

$$P_3(x) = 2x^3 - 8x$$

$$2x^3 - 8x = 0$$

$$2x(x^2 - 4) = 0$$

$$2x(x + 2)(x - 2) = 0$$

$$2x = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$x_2 = -2$$

$$x - 2 = 0$$

$$x_3 = 2$$

Многочлен имеет *три* корня.

Значение переменной, при котором многочлен обращается в нуль, называют *корнем многочлена*



Изучение нового материала



Многочлен n -й степени

Квадратным трёхчленом называется многочлен вида $ax^2 + bx + c$, где x – переменная, a , b и c – некоторые числа, причём $a \neq 0$

Квадратные трёхчлены:

$$3x^2 - 7x - 2$$
$$a = 3, b = -7, c = -2.$$

$$3x^2 - 7x$$
$$a = 3, b = -7, c = 0.$$

$$3x^2 - 2$$
$$a = 3, b = 0, c = -2.$$

$$3x^2$$
$$a = 3, b = 0, c = 0.$$



Изучение нового материала



Квадратный трёхчлен

Чтобы найти корни квадратного трёхчлена

$P_2(x) = ax^2 + bx + c$, надо решить квадратное уравнение $P_2(x) = 0$

Найдём корни квадратного трёхчлена: $3x^2 - 5x - 2$

$$3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$a = 3, b = -5, c = -2.$$

$$D = b^2 - 4ac =$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} =$$

$$x_1 = 2 \text{ и}$$



Найдите корни квадратного трёхчлена:

1)

$$x^2 - 5x + 6$$

Решение:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\underline{a = 1}, b = -5, c = 6$$

$$x_1 + x_2 = -b; x_1 \cdot x_2 = c$$

$$x_1 + x_2 = 5; x_1 \cdot x_2 = 6$$

$$x_1 = 2; x_2 = 3.$$

Ответ: 2; 3.

2)

$$-y^2 - 3y + 4$$

Решение:

$$-y^2 - 3y + 4 = 0$$

$$y^2 + 3y - 4 = 0$$

$$\underline{a = 1}, b = 3, c = -4$$

$$y_1 + y_2 = -b; y_1 \cdot y_2 = c$$

$$y_1 + y_2 = -3; y_1 \cdot y_2 = -4$$

$$y_1 = -4; y_2 = 1.$$

Ответ: -4; 1.



Найдите корни квадратного трёхчлена:

3) $5x^2 + 14x - 3$

Решение:

$$5x^2 + 14x - 3 = 0$$

$$a = 5; \quad b = 14; \quad c = -3$$

$$D = b^2 - 4ac =$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} =$$

$$x_1 = 0,2; \quad x_2 = -3.$$

Ответ: 0,2; -3.

4) $2y^2 - y - 6$

Решение:

$$2y^2 - y - 6 = 0$$

$$a = 2; \quad b = -1; \quad c = -6$$

$$D = b^2 - 4ac =$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} =$$

$$y_1 = 2; \quad y_2 = -1,5.$$

Ответ: -1,5; 2.



Найдите корни квадратного трёхчлена:

5)

$$-0,4x^2 + 0,8$$

Решение:

$$-0,4x^2 + 0,8 = 0$$

$$-0,4x^2 = -0,8$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

Ответ: $-\sqrt{2}; \sqrt{2}$.

6)

$$2y^2 - y$$

Решение:

$$2y^2 - y = 0$$

$$y(2y - 1) = 0$$

$$y_1 = 0;$$

$$2y - 1 = 0$$

$$y_2 = 0,5$$

Ответ: 0; 0,5.



Изучение нового материала



Квадратный трёхчлен

Выделим из трёхчлена $2x^2 - 16x + 7$ квадрат двучлена:

$$2x^2 - 16x + 7 =$$

$$= 2 \left(x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 - 4^2 + \frac{7}{2} \right) =$$

$$= 2 \left((x - 4)^2 - 16 + \frac{7}{2} \right) =$$



Выделите квадрат двучлена из квадратного трёхчлена

1) $x^2 - 6x + 11 = x^2 - 6x + 9 + 2 =$

2) $-x^2 + 4x + 1 = -(x^2 - 4x + 4 - 5) =$

3) $x^2 + 2x = x^2 + 2x + 1 - 1 =$

4) $2x^2 - 4x - 1 = 2\left(x^2 - 2x - \frac{1}{2}\right) =$
 $= 2\left((x-1)^2 - \frac{3}{2}\right) =$



Изучение нового материала



Квадратный трёхчлен

Определим наименьшее значение трёхчлена $2x^2 - 16x + 7$:

$$2x^2 - 16x + 7 = \underline{2(x - 4)^2} - 25$$

$$2(x - 4)^2 \geq 0$$

Наименьшее значение выражения будет при: $x - 4 = 0$
 $x = 4$

Найдём наименьшее значение многочлена

$$P(x, y) = 2x^2 + y^2 + 2xy - 2x + 5$$



Изучение нового материала



$$P(x, y) = 2x^2 + y^2 + 2xy - 2x + 5$$

Выделим квадраты двучлена с учётом того, что:

$$2x^2 = x^2 + x^2 \quad \text{и} \quad 5 = 1 + 4$$

$$2x^2 + y^2 + 2xy - 2x + 5 =$$

$$= (x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 2x + 1) + 4 =$$

При всех значениях x и y : $(x + y)^2 \geq 0$ и $(x - 1)^2 \geq 0$

Наименьшее значение многочлена достигается при условии:

$$x + y = 0 \quad \text{и} \quad x - 1 = 0, \quad \text{т.е. при } x = 1 \quad \text{и} \quad y = -1.$$

Наименьшее значение равно 4.



При каком значении a квадратный трёхчлен ...

1) принимает наименьшее значение?

$$a^2 - 10a + 27 = a^2 - 10a + 25 + 2 =$$

Наименьшее значение при $a = 5$.

2) принимает наибольшее значение?

$$-a^2 - 6a - 15 = -(a^2 + 6a + 9 + 6) =$$

Наибольшее значение при $a = -3$.



Изучение нового материала

Выделение квадрата трёхчлена при решении задач

На берегу канала надо огородить с трёх сторон участок прямоугольной формы наибольшей площади (со стороны канала участок не загораживают). Длина забора 120 м. Каковы будут размеры участка и его площадь?

Решение:



$$\begin{aligned}AB &= CD = x \text{ (м); } BC = 120 - 2x \text{ (м)} \\S &= AB \cdot BC = x \cdot (120 - 2x) = -2x^2 + 120x \text{ (м}^2\text{)} \\S &= -2x^2 + 120x = -2(x^2 - 60x) = \\&= -2(x^2 - 2 \cdot x \cdot 30 + 30^2 - 30^2) = 1800 - 2(x - 30)^2 \\-2(x - 30)^2 &\leq 0 \Rightarrow\end{aligned}$$

$$AB = CD = 30 \text{ м; } BC = 60 \text{ м}$$



Имеется прямоугольник со сторонами 3 и 5 см. Большую его сторону уменьшили на a см, а меньшую увеличили на столько же. При каком значении a площадь полученного прямоугольника окажется наибольшей?

Решение:

$(5 - a)$ см – стала большая сторона;

$(3 + a)$ см – стала меньшая сторона.

$(3 + a)(5 - a)$ см² – площадь нового прямоугольника.

$$(3 + a)(5 - a) =$$

$$= -2(a^2 - 2a + 1 - 16) =$$

Наибольшая площадь при $a = 1$.

Ответ: при $a = 1$.



9 КЛАСС

Алгебра

Тема: Квадратный трёхчлен и его корни.



Учитель математики

Л.В.Верещагина

Красноярский край

Идринский район

МКОУ Отрокская СОШ.

Источники:

Фон слайдов

Дети школьники

